

Ejercicios resueltos

Tomando como base los **Considerandos** y el **Formulario 4**, se plantea a continuación la resolución de diversos ejercicios.

1. En el experimento de Millikan, una gota de aceite de 7×10^{-14} [kg] y de 14×10^{-7} [m] de radio, se encuentra estática cuando se aplica un diferencia de potencial de 595 [V] entre las placas metálicas separadas 7 [mm]. Calcule la diferencia de potencial que debe aplicarse para que la gota ascienda a 70×10^{-3} [cm·s⁻¹]. Utilice como valores constantes: 9.78 [m·s⁻²] para la gravedad 1830×10^{-7} [g·cm⁻¹·s⁻¹] para la viscosidad del aire y 0.855 [g·cm⁻³] para la diferencia de densidades.

Resolución:

- En este ejercicio, inicialmente una gota de aceite se encuentra estática al aplicar una diferencia de potencial V_e , pero se desea que ascienda a cierta velocidad v_a , y para ello se pide determinar el potencial V_a , necesario para que la gota ascienda; de tal manera que, considerando I, II y III se tendrían los datos siguientes:

$$m = 7 \times 10^{-14} \text{ [kg]}$$

$$r = 14 \times 10^{-7} \text{ [m]}$$

$$V_e = 840 \text{ [V]}$$

$$d = 7 \text{ [mm]} = 7 \times 10^{-3} \text{ [m]}$$

$$v_a = 70 \times 10^{-3} \text{ [cm·s}^{-1}] = 7 \times 10^{-4} \text{ [m·s}^{-1}]$$

$$g = 9.78 \text{ [m·s}^{-2}]$$

$$\eta = 1830 \times 10^{-7} \text{ [g·cm}^{-1}\text{·s}^{-1}] = 1.83 \times 10^{-5} \text{ [kg·m}^{-1}\text{·s}^{-1}]$$

$$(\rho_{ac} - \rho_{ai}) = 0.855 \text{ [g·cm}^{-3}] = 855 \text{ [kg·m}^{-3}]$$

$$V_a = ?$$

- Considerando VIII y IX, no se emplearían las ecuaciones 7-10, ya que la gota en ningún momento se encuentra en caída libre (VI) o en descenso (VII) con campo eléctrico; por lo tanto, si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 4** quedaría como sigue:

| | | |
|---|---|---|
| 1 $F_g = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ac} \cdot g$ | 2 $F_a = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ai} \cdot g$ | 3 $F_r = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_t$ |
| 4 $F_e = Q \cdot E$ | 5 $F_e = Q \cdot \frac{V}{d}$ | 6 $Q = N \cdot e$ |
| 11 $F_g - F_a - F_r = 0$ | 12 $Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g \right] \left(\frac{d}{V_e} \right)$ | |
| 13 $F_g - F_a + F_r - F_e = 0$ | 14 $Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left(\frac{d}{V_a} \right)$ | |

- Como se observa, con la expresión **12** se puede determinar la carga de la gota; posteriormente, con la expresión **14** se puede determinar el voltaje solicitado, como se muestra a continuación:

$$12 \quad Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \right] \left(\frac{d}{V_e} \right) \Rightarrow Q = 1.1307 \times 10^{-18} [C]$$

$$14 \quad Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left(\frac{d}{V_a} \right)$$

$$V_a = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left(\frac{d}{Q} \right)$$

$$V_a = 2\,687.7510 [V]$$

2. En un experimento como el de Millikan, se necesita aplicar un campo eléctrico de intensidad 98000 [N·C⁻¹] para que una gota de aceite se quede estática. Si la fuerza de gravedad que se ejerce sobre la gota es de 109.9109x10⁻¹⁵ [N], determine cuántos electrones tiene en exceso la gota. Desprecie el efecto de la fuerza de Arquímedes.

Resolución:

- En este ejercicio se proporciona la intensidad del campo eléctrico E , y la fuerza de gravedad F_g que se ejerce sobre una gota de aceite que se mantiene estática ($F_r=0$); además, se pide que se desprecie la fuerza de Arquímedes ($F_a=0$); por lo tanto, considerando **I**, **II** y **III**, se tendrían los datos siguientes:

$$E = 98\,000 [N \cdot C^{-1}]$$

$$F_g = 109.9109 \times 10^{-15} [N]$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} [C]$$

$$F_a = 0 [N]$$

$$F_r = 0 [N]$$

$$\# e = ?$$

- Considerando VIII, no se emplearían las ecuaciones **7-10** y **13-14**; por lo tanto, si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 4** quedaría como sigue:

| | | |
|--|--|---|
| 1 $F_g = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ac} \cdot g$ | 2 $F_a = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ai} \cdot g$ | 3 $F_r = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_t$ |
| 4 $F_e = Q \cdot E$ | 5 $F_e = Q \cdot \frac{V}{d}$ | 6 $Q = N \cdot e$ |
| 11 $F_g - F_a - F_e = 0$ | 12 $Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g \right] \left(\frac{d}{V_e} \right)$ | |

- En este caso, la expresión de equilibrio sería la **11**, pero como se conoce la F_g y la F_a , se sustituye la expresión **4** en la **11**; de tal forma que, se obtiene una expresión para determinar la carga de la gota en términos de los parámetros conocidos, como se muestra a continuación:

$$\begin{array}{l}
 \text{11 } F_g - F_a - F_e = 0 \\
 \text{4 } F_e = Q \cdot E
 \end{array}
 \Rightarrow F_g - Q \cdot E = 0 \Rightarrow Q = \frac{F_g}{E}$$

$$Q = 1.1215 \times 10^{-18} [C]$$

- Por otro lado, considerando **IV** y utilizando la expresión **6**, se puede determinar la cantidad de electrones N , que tiene en exceso la gota, como se muestra a continuación:

$$\text{6 } Q = N \cdot e \Rightarrow N = \frac{Q}{e}$$

$$N = 7$$

3. En un experimento como el de Millikan, una gota de aceite con 14 electrones en exceso cae libremente a una velocidad $v_1 = 7 \times 10^{-5} \text{ [m} \cdot \text{s}^{-1}]$. Determine la diferencia de potencial que debe de aplicarse para que la gota ascienda a un séptimo de v_1 . Las condiciones de trabajo fueron las siguientes: diferencia de densidades, $855.0 \text{ [kg} \cdot \text{m}^{-3}]$; viscosidad del aire, $1.83 \times 10^{-5} \text{ [kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}]$; aceleración gravitatoria, $9.78 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-2}]$; distancia entre placas metálicas, 0.006 [m] .

Resolución:

- En este ejercicio inicialmente una gota de aceite se encuentra en caída libre, pero se desea que ascienda a cierta velocidad v_a , y se pide determinar el potencial V_a necesario para que ello suceda; así, considerando **I**, **II** y **III** se tendrían los datos siguientes:

$$Q = 14e = 2.2430 \times 10^{-18} \text{ [C]}$$

$$e = 1.6022 \times 10^{-19} \text{ [C]}$$

$$v_{cl} = v_I = 7 \times 10^{-5} \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}\text{]}$$

$$v_a = (1/7)v_{cl} = 1 \times 10^{-5} \text{ [m}\cdot\text{s}^{-1}\text{]}$$

$$(\rho_{ac} - \rho_{ai}) = 855 \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-3}\text{]}$$

$$\eta = 1.83 \times 10^{-5} \text{ [kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}\text{]}$$

$$g = 9.78 \text{ [m}\cdot\text{s}^{-2}\text{]}$$

$$d = 0.006 \text{ [m]}$$

$$V_a = ?$$

- Considerando **VI** y **IX**, no se emplearían las ecuaciones **9-12**; por lo tanto, si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 4** quedaría como sigue:

| | | |
|---|--|--|
| 1 $F_g = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ac} \cdot g$ | 2 $F_a = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ai} \cdot g$ | 3 $F_r = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_t$ |
| 4 $F_e = Q \cdot E$ | 5 $F_e = Q \cdot \frac{V}{d}$ | 6 $Q = N \cdot e$ |
| 7 $F_g - F_a - F_r = 0$ | 8 $r = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v_{cl}}{2 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g}}$ | |
| 13 $F_g - F_a + F_r - F_e = 0$ | 14 $Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left(\frac{d}{V_a} \right)$ | |

- Como se observa, con la expresión **8** se puede determinar la carga de la gota; posteriormente, con la expresión **14** se puede determinar el voltaje solicitado, como se muestra a continuación:

$$\mathbf{12} \quad r = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v_{cl}}{2 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g}} \Rightarrow r = 8.3026 \times 10^{-7} \text{ [m]}$$

$$\mathbf{14} \quad Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left(\frac{d}{V_a} \right)$$

$$V_a = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_a \right] \left(\frac{d}{Q} \right)$$

$$V_a = 61.2904 \text{ [V]}$$

4. Al realizar el experimento de Millikan de la gota estática, se obtuvieron los radios (r) de diferentes gotas de aceite, que aparecen a continuación:

| Gota | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| r [m]x10 ⁶ | 1.7160 | 1.8485 | 2.0688 | 2.1623 | 2.3324 | 2.4056 | 2.4758 |

Considere los datos siguientes:

Aceleración gravitatoria: 9.81 [m·s⁻²]

Diferencia de densidades: 898.8 [kg·m⁻³]

Distancia entre las placas: 0.016 [m]

Diferencia de potencial: 4550 [V]

Calcule el valor de la carga eléctrica fundamental que se deriva de este experimento.

Resolución:

- En este ejercicio se tienen siete gotas de aceite, cada una con diferente radio, pero todas se mantienen estáticas con el mismo voltaje; por lo tanto, considerando **I**, **II** y **III** se tendrían los datos siguientes:

$$g = 9.81 \text{ [m·s}^{-2}\text{]}$$

$$(\rho_{ac} - \rho_{ai}) = 898.8 \text{ [kg·m}^{-3}\text{]}$$

$$d = 0.016 \text{ [m]}$$

$$V_e = 4550 \text{ [V]}$$

| | | | | | | | |
|---------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| r [m] x 10 ⁶ | 1.7160 | 1.8485 | 2.0688 | 2.1623 | 2.3324 | 2.4056 | 2.4758 |
|---------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|

$$V_a = ?$$

- En este ejercicio se tienen siete gotas de aceite, cada una con diferente radio, pero todas se mantienen estáticas con el mismo voltaje; por lo tanto, considerando **VIII**, no se emplearían las ecuaciones **7-10**, ni **13-14**; de tal forma que, si se denotan en color azul los parámetros conocidos y en rojo los desconocidos, el **Formulario 4** quedaría como sigue:

| | | |
|---|--|---|
| 1 $F_g = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ac} \cdot g$ | 2 $F_a = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho_{ai} \cdot g$ | 3 $F_r = 6\pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_t$ |
| 4 $F_e = Q \cdot E$ | 5 $F_e = Q \cdot \frac{V}{d}$ | 6 $Q = N \cdot e$ |
| 11 $F_g - F_a - F_r = 0$ | 12 $Q = \left[\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot (\rho_{ac} - \rho_{ai}) \cdot g \right] \left(\frac{d}{V_e} \right)$ | |

- Como se observa, con la expresión **12** se puede determinar la carga de cada gota empleando los diferentes radios, obteniéndose los resultados siguientes:

| Gota | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|----------------------------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Q [C] x 10 ¹⁹ | 6.5626 | 8.2032 | 11.4996 | 13.1303 | 16.4792 | 18.0800 | 19.7095 |

- A continuación, considerándose **X-i**, se divide cada una de las cargas entre la carga de la gota 1 por ser la más pequeña, obteniéndose los resultados siguientes:

| Gota | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Q/Q_p | 1.0000 | 1.2499 | 1.7522 | 2.0007 | 2.5110 | 2.7550 | 3.0033 |

- A continuación, considerándose **X-ii**, se ensaya con diferentes valores, para encontrar un número entero N que multiplicado por cada uno de los cocientes anteriores, dé como resultado números enteros o lo más cercanos a enteros; en este caso el valor encontrado es 4, ya que permite obtener los siguientes valores de N :

| Gota | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| $(Q/Q_p) \cdot 4$ | 4.0000 | 4.9996 | 7.0088 | 8.0028 | 10.0440 | 11.0200 | 12.0132 |
| N | 4 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 |

- Estos valores de N corresponden a los electrones en exceso que tiene cada gota; por ello, considerando **X-iii**, se divide cada una de las cargas entre su correspondiente valor de N , para obtener los resultados siguientes:

| Gota | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $(Q/N) \times 10^{19} [C]$ | 1.6405 | 1.6406 | 1.6428 | 1.6412 | 1.6479 | 1.6436 | 1.6424 |

- Finalmente, se obtiene el promedio de estos últimos valores y dicho promedio corresponde a la carga eléctrica fundamental que se puede obtener de este experimento.

$$e = 1.6427 \times 10^{-19} [C]$$